2023年第3期
上半月(初中版)
(总第281期)

中国数学教育

ZHONGGUO SHUXUE JIAOYU

本刊为下列数据库刊源
中国知网 / 万方数据 / 维普网 / 龙源期刊网 / 超星网 / 中邮阅读网 / 读览天下

主管单位 辽宁北方期刊出版集团有限公司

主办单位 辽宁北方教育报刊出版有限公司 中国教育学会中学数学教学专业委员会 中国教育学会小学数学教学专业委员会

出版单位 辽宁北方教育报刊出版有限公司

地　　址 辽宁省沈阳市和平区中山路205号

邮　　编 110002

目录

CONTENTS

卷首语

中考指南

中国数学教育

ZHONGGUO SHUXUE JIAOYU

2023年第3期
上半月(初中版)
(总第281期)

本刊为下列数据库刊源
中国知网 / 万方数据 / 维普网 / 龙源期刊网 / 超星网 / 中邮阅读网 / 读览天下

编辑部电话 (024)86209956
质量监督电话 (024)86232729
发行方式 邮局发行
发行单位 辽宁省报刊发行局
发行范围 国内外公开发行
邮发代号 8-265
投稿邮箱 jcme_c@163.com
微信公众号 zhongguoshuxuejiaoyu
印刷单位 辽宁新华印务有限公司
国际标准连续出版物号 ISSN 1673－8284
国内统一连续出版物号 CN 21－1548/G4
定　　价 15.00元
出版日期 每月1日

目录

CONTENTS

《中国数学教育》线上资源持续更新，微信扫码，即可获取本期标有“★”文章的配套资源和线上服务。

关注新变化 聚焦核心素养
——2022年中考“函数”专题命题分析

陈莉红，刘洪居，曹经富
（江西省教研室；江西省于都县教研室；江西省吉安市白鹭洲中学）

摘 要：以2022年全国各地中考数学试卷为样本总体，并对其中的32份抽样试卷做整卷分析，对其中函数试题的命题特点进行分析，预测新背景下的命题趋势，根据函数命题导向提出相应的复习建议.

关键词：函数；命题分析；复习建议

数与式、方程与不等式、函数是初中阶段“数与代数”领域的三大主题．函数是研究运动变化过程中两个变量之间的对应关系及变化规律的数学模型，主要内容包括函数的概念、一次函数、二次函数和反比例函数．初中阶段的数学课程标准要求学生在小学阶段感性认识的基础上，进一步归纳、概括出函数的定义，并研究具体的函数及性质，了解研究函数的基本方法，运用函数解决或解释现实世界中的问题，了解函数与其他相关数学内容之间的联系，能用运动变化的观点认识到方程、不等式是函数的特殊形式．学生到高中、大学还将继续学习函数，因此函数及函数思想贯穿数学学习的始终．为了更好地归纳共性、突出亮点与创新，本文以2022年全国各地区中考数学试卷作为研究对象，并从省级统一命题的中考试卷中抽选出有代表性的15份试卷（以下统称“省卷”），从市级命题的中考试卷中抽选出尽可能覆盖全国范围的17份试卷（以下统称“地方卷”），分别从考查内容，考查形式，考查题型、题量、分值、难度等方面进行统计，对其中函数试题的命题特点进行研究，并分别从考查内容、命题特点、复习建议三个方面进行分析，提供适量的模拟题，为一线复习教学提供参考.

一、考查内容分析

《义务教育数学课程标准（2011年版）》（以下简称《标准（2011年版）》）中函数内容的知识发展主线是“函数——一次函数—反比例函数—二次函数”，体现从一般到特殊、抽象到具体、整体到局部的研究思路．在学习每一个具体的基本函数时都是按照“实例—概念—图象—性质—应用—联系”的顺序展开，体现研究函数的步骤和方法的一般性．一次函数、二次函数和反比例函数既有各自不同的图象与性质，又具有相同的研究思路与方法，都是描述实际生活中数量关系和变化规律的模型，体现函数的共性．因此，基于函数主线的整体性及内容的结构化，把函数内容分为函数的概念及表示、函数的图象与性质、函数的应用和函数的综合等四个方面进行考查，分别指向抽象能力、推理能力、几何直观、运算能力和模型观念

作者简介：陈莉红（1973— ），女，中学高级教师，主要从事中学数学教学、教材和考试评价研究；
刘洪居（1977— ），男，中学高级教师，主要从事初中数学课堂教学和考试评价研究；
曹经富（1972— ），男，中学高级教师，主要从事初中数学课堂教学和命题研究.

等素养．其中，函数的概念及表示包含常量与变量、变量之间的对应关系、函数的定义和函数的表示方法等基础知识；函数的图象与性质包含从函数表达式的数量特征及函数图象的几何特征来刻画函数，并着重突出自变量的取值范围，函数值的最大值和最小值，以及对称性和增减性等；函数的应用包含运用函数解决实际问题建立模型观念；函数的综合包含函数内部知识的综合及函数与其他知识的联系，尤其是函数与方程、不等式的联系．另外，由于函数是“数”与“形”的自然载体，所以在平面直角坐标系中，函数内容通常可以与几何图形及图形变换相结合考查数形结合、分类讨论、归纳推理等思想方法．尤其对二次函数的考查，通常有三种考查方式：一是创设蕴含抛物线图形的生活情境或实物模型，如运行轨迹、隧道截面和蔬菜大棚的工棚等，从中抽象并建立二次函数模型，分析并解决相关的实际问题；二是更关注二次函数的图象与性质的本质属性，考查字母系数与图象和性质的关系；三是以抛物线为背景，以简单的几何图形为载体，借助数、式和图形的变与不变的规律，探究与发现二次函数的更多本质属性，实现代数知识与几何知识的有机联系与综合，属于较难题．因此，对函数内容的考查角度是多样的．既可以对单一基础知识进行考查，也可以与其他知识综合考查，综合或抽象程度越高，难度越大．

综观2022年全国各地的中考试题，考查函数的题型覆盖了选择题、填空题和解答题，考查方式灵活，从不同角度考查了《标准（2011年版）》对函数内容的学业要求与教学理念．对抽样的32份试卷分类别进行统计，得到3个统计表，如表1、表2和表3所示．其中，表1是抽样32份试卷中函数考查内容分布情况的汇总；表2和表3分别是省卷和地方卷中函数考点的题量、分值和难度分布的汇总．

表1　函数考查内容分布情况汇总表

内容	常见考点	题型	考查试卷份数	分值	难度	核心素养
函数的概念及表示	函数的意义及表示	选择题、填空题	17	2 ~ 4	容易或中档	抽象能力 几何直观
函数的图象与性质	一次函数	选择题、填空题	11	3 ~ 4	容易或中档	几何直观 推理能力
	反比例函数	选择题、填空题、解答题	18	2 ~ 4	容易或中档	
	二次函数	选择题、填空题	15	3 ~ 4	中档	
函数的应用	一次函数的应用	解答题	17	4 ~ 8	中档	抽象能力 模型观念 运算能力 推理能力
	反比例函数的应用	填空题、解答题	4	2 ~ 7	容易或中档	
	二次函数的应用	解答题	11	3 ~ 14	中档	
函数的综合	学科综合	选择题、解答题	4	3 ~ 7	容易或中档	几何直观 抽象能力 空间观念 模型观念 运算能力
	函数、方程、不等式间的综合	选择题、填空题、解答题	24	3 ~ 10	中档	
	二次函数与其他知识的综合	解答题	25	5 ~ 14	较难	

表2 省卷函数考点题量、分值、难度分布汇总表

卷别	函数的概念及表示			函数的图象与性质			函数的应用			函数的综合			合计	
	题量	分值	难度	题量	分值	难度	题量	分值	难度	题量	分值	难度	题量	分值
安徽卷	1	4	易	1	4	中	3	14	1易1中1难	1	5	难	6	27
福建卷	—	—	—	2	8	1易1中	—	—	—	3	14	1中2难	5	22
海南卷	—	—	—	2	6	1易1中	—	—	—	3	12	1中2难	5	18
河北卷	1	2	中	2	8	中	—	—	—	3	12	1中2难	6	22
河南卷	—	—	—	2	6	易	4	17	2易2中	2	6	中	8	29
江西卷	1	3	中	2	8	中	4	9	1易3中	1	3	难	8	23
山西卷	—	—	—	1	3	易	1	3	中	5	18	3中2难	7	24
陕西A卷	—	—	—	5	16	中	2	8	中	—	—	—	7	24
西藏卷	1	3	中	2	6	中	—	—	—	2	9	1中1难	5	18
云南卷	—	—	—	2	6	易	1	4	中	2	7	1中1难	5	17
新疆卷	—	—	—	2	10	易	4	15	中	—	—	—	6	25
重庆A卷	1	4	易	3	10	中	—	—	—	3	10	2中1难	7	24
北京卷	1	2	中	5	13	4中1难	2	5	1中1难	—	—	—	8	20
上海卷	—	—	—	4	16	3易1中	—	—	—	4	18	1中3难	8	34
天津卷	—	—	—	3	9	2中1难	3	10	中	3	10	2中1难	9	29

表3 地方卷函数考点题量、分值、难度分布汇总表

卷别	函数的概念及表示			函数的图象与性质			函数的应用			函数的综合			合计	
	题量	分值	难度	题量	分值	难度	题量	分值	难度	题量	分值	难度	题量	分值
广东广州卷	—	—	—	2	6	中	2	6	1易1中	3	12	1中2难	7	24
广西南宁卷	—	—	—	2	5	中	2	10	中	2	8	1中1难	6	23
贵州贵阳卷	—	—	—	4	16	中	—	—	—	3	12	2中1难	7	28
辽宁沈阳卷	—	—	—	2	5	中	1	4	中	4	11	1中3难	7	20
山东青岛卷	—	—	—	3	9	中	2	10	中	3	8	2中1难	8	27
山东烟台卷	1	3	难	3	9	1易2难	—	—	—	3	14	难	7	26
湖北武汉卷	1	3	中	3	10	2中1难	3	10	中	2	8	难	9	31
湖北宜昌卷	1	3	中	2	5	1中1难	1	3	中	2	7	难	6	18
浙江杭州卷	—	—	—	8	29	5中3难	—	—	—	1	3	中	9	32
浙江温州卷	1	4	中	3	14	中	3	12	2中1难	—	—	—	7	30
浙江宁波卷	—	—	—	3	12	中	2	10	中	1	5	难	6	27
湖南长沙卷	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	10	3中1难	4	10
黑龙江哈尔滨卷	1	3	中	2	5	中	—	—	—	2	8	难	5	16
江苏连云港卷	1	3	易	3	13	中	1	3	中	2	9	1中1难	7	28
江苏苏州卷	1	3	中	1	4	中	1	5	中	4	14	2中2难	7	26
江苏扬州卷	—	—	—	1	3	易	1	3	中	3	12	难	5	18
四川成都卷	—	—	—	4	13	中	3	12	中	4	15	2中2难	11	40

说明：表2和表3中的题量统计到小题，解答题中有几小问就记为几小题.

由表1可以看出，各地都非常重视对函数内容的考查．2022年全国各地的中考试卷较多关注了对“函数的综合”的考查，且有较多试卷把较难题设置为对二次函数与其他知识综合的考查；对“函数的应用”的考查较多体现在一次函数的应用及二次函数的应用．反比例函数的应用也有涉及，但是比较少．除此之外，有近一半的试卷关注了结合实际情境考查函数的定义和变量之间的对应关系，以及对函数的意义和表示的考查．

从表2中可知，2022年省卷中与函数相关的试题分值比较稳定，占整份试卷分值的20%左右；题量（以小题计量）为5～9道题．在以往考查难点的问题设置上，分值有所减少，难度有所降低，以中档题居多．可见，在“双减”实施后的第一年中考，多数省卷都适当降低了难度．在考点的分布上，“函数的概念及表示”“函数的图象与性质”“函数的应用”“函数的综合”四大模块均有涉及．其中，“函数的图象与性质”“函数的应用”“函数的综合”为重点考查内容，大多数省卷以选择题和填空题的形式对“函数的概念及表示”进行独立考查，也有的省卷中与“函数的应用”结合考查．大多数省卷将“函数的综合”设置为压轴题或难点问题进行考查．

从表2和表3中可知，相对于省卷，地方卷中与函数相关试题的分值相对离散，在10～40分之间．其中，湖南长沙卷分值最低，为10分；四川成都卷分值最高，为40分．题量（以小题计量）分布也相对离散，在4～11道题之间，在难度上比省卷略高．在具体考点中，“函数的图象与性质”的考查力度比省卷稍大，“函数的概念及表示”的考查力度比省卷稍弱．

总体来说，各地中考试卷对函数的考查与《标准（2011年版）》的内容要求是一致的，也充分体现了教育部对初中数学学业水平考试命题提出的“加强综合性、探究性试题”的命制要求，其中不乏一些试题在体现《义务教育数学课程标准（2022年版）》（以下简称《标准（2022年版）》）新要求和新变化方面的改进与创新．

二、命题特点分析

函数是初中阶段“数与代数”领域的三大主题之一，因其内容的基础性、阶段性、抽象性、综合性和应用性等特征，既是学习的重点又是难点．一直以来，函数试题的命制尤其是二次函数综合试题的命制，在函数的本质的把握、难度的控制及是否超标等方面都是命题的难点，各地命题者一直在不断探索．《标准（2022年版）》对学业质量、试题命制等方面提出了明确的要求．因此，2022年全国各地中考数学试卷中函数试题的命制在往年常规考查的基础上，在试题考查内涵上积极探索素养立意，在试题考查形式上尝试创新，以渗透《标准（2022年版）》的理念，发挥对函数教学的导向作用．函数试题主要呈现出三个特点：一是在对函数概念、图象和性质等基础知识、基本技能和基本思想进行考查的同时，积极尝试跨学科综合试题的探索（如与化学和物理知识的综合）；二是创设真实的生活情境，设计有实际意义的问题，考查学生的抽象能力、几何直观、模型观念和应用意识等素养；三是以函数知识为主线，考查学生发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力，突出函数与方程、不等式的联系，渗透函数的观念与思想．下面从命题立意、导向和创新等角度进行分析．

1．考查“四基”，落实核心素养，体现素养立意

与函数内容关联密切的数学核心素养主要包括抽象能力、几何直观、模型观念、应用意识和创新意识等，在根据实际问题构建函数模型和应用函数性质解决实际问题的过程中体现出来．体现素养立意，就需要创设适当的情境、设计与情境适切的问题等．主要体现在以下几个方面．

（1）聚焦函数的概念及表示方法，落实抽象能力的考查．

依据《标准（2011年版）》，初中阶段对函数的要求重点是借助现实情境归纳、抽象出函数的概念，理解并正确刻画函数的概念，通过具有对应关系的两个变量的相互联系和用三种方式刻画变量间的关系得到函数的三种表达方式．因此，对应关系是函数的核心，也是试题命制的切入点．

① 借助生活情境中变量间的对应关系的描述和表达，考查抽象能力和几何直观．

例1 （北京卷）下面的三个问题中都有两个变量：

① 汽车从A地匀速行驶到B地，汽车的剩余路程y

与行驶时间x；

② 将水箱中的水匀速放出，直至放完，水箱中的剩余水量y与放水时间x；

③ 用长度一定的绳子围成一个矩形，矩形的面积y与一边长x.

其中，变量y与变量x之间的函数关系可以用如图1所示的图象表示的是（　　）.

（A）①②　　（B）①③

（C）②③　　（D）①②③

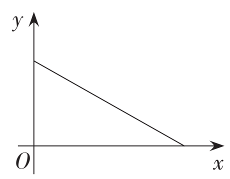


图1

答案：A.

例2　（吉林卷）李强用甲、乙两种具有恒温功能的热水壶同时加热相同质量的水，甲壶比乙壶加热速度快. 在一段时间内，水温y（℃）与加热时间x（s）之间近似满足一次函数关系，根据记录的数据，画函数图象如图2所示.

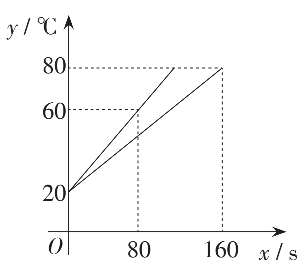


图2

（1）加热前水温是______；

（2）求乙壶中水温y关于加热时间x的函数解析式；

（3）当甲壶中水温刚达到80 ℃时，乙壶中水温是______.

答案：（1）20 ℃；（2）$y=\frac{3}{8}x+20$；（3）65 ℃.

考查目标：考查函数的意义与表示.

命题意图：例1借助现实生活中两个变量（剩余路程与时间、剩余水量与放水时间、矩形的面积与一边长）之间的依赖关系用函数图象表达出来，结合情境对函数的关系做出判断，实现从生活问题到数学问题的抽象和转化. 例2通过创设热水壶在加热过程中水温与加热时间这两个变量之间的对应关系，结合图象考查学生对函数意义的理解及用待定系数法求函数解析式，考查了函数的关系式与相应函数图象之间的转化与关联，渗透了抽象能力和几何直观等数学核心素养.

命题评价：由以上两例可以看出，函数的概念及表示方法的考查往往会结合一些具体生活情境让学生感受相关数量之间的变化过程，以及变化过程中相关变量之间的对应关系，探索其中的变化规律及本质，尝试根据变量的对应关系做出预测，获得函数的感性认识. 此类问题的考查多以选择题的形式出现，且难度较低，属于容易题.

类似的试题还有：重庆A卷第4题根据蝴蝶飞行离地面的高度与飞行时间的对应关系图分析和判断蝴蝶飞行的最高高度；江苏苏州卷第15题以现实生活中容器注水和排水过程中的水量与时间的对应关系进行抽象，考查对函数的概念及意义的理解；安徽卷第5题通过现实情境（甲、乙、丙、丁四个人步行的路程和所用的时间）进行抽象，借助函数图象的几何意义进行分析与识别；等等. 在复习时，教师要引导学生关注基础知识和通性通法，借助问题的背景和图象理解自变量与函数所表示的意义，从两者的对应关系入手分析和解决问题.

② 借助图形运动过程中变量间的对应关系的描述和表达，考查抽象能力和逻辑推理.

例3　（四川・绵阳卷）如图3，在菱形$ABCD$中，$\angle C=120°$，M是AB的中点，N是对角线BD上一动点，设DN长为x，线段MN与AN长度的和为y，图4是y关于x的函数图象，图象右端点F的坐标为$\left(2\sqrt{3},\ 3\right)$，则图象最低点$E$的坐标为（　　）.

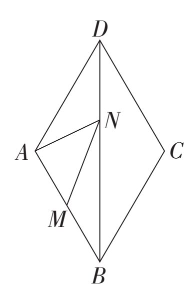


图3

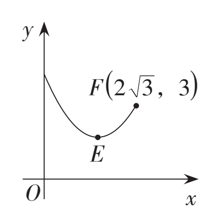


图4

（A）$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},\ 2\right)$　　（B）$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},\ \sqrt{3}\right)$

（C）$\left(\frac{4\sqrt{3}}{3},\ \sqrt{3}\right)$　　（D）$\left(\sqrt{3},\ 2\right)$

答案：C.

例4　（湖北·江汉油田、潜江、天门、仙桃卷）如图5，边长分别为1和2的两个正方形，其中有一条边在同一水平线上，小正方形沿该水平线自左向右匀速穿过大正方形，设穿过的时间为t，大正方形的面积为S_1，小正方形与大正方形重叠部分的面积为S_2，若$S=S_1-S_2$，则S随t变化的函数图象大致为（　　）.

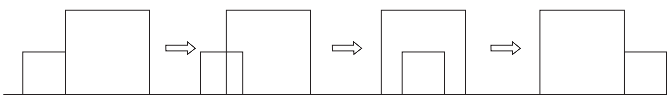
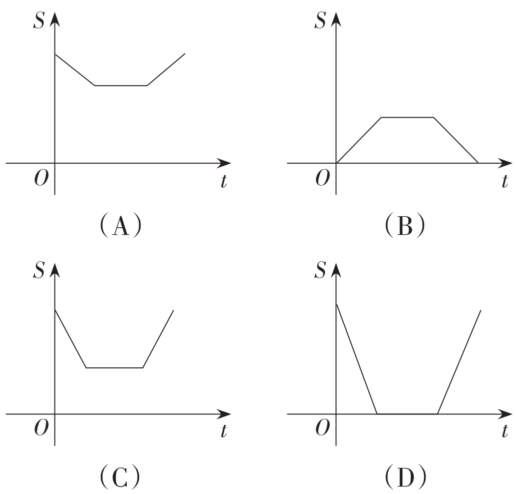


图5



答案：A.

考查目标：动态变化问题中的函数图象.

命题意图：例3以菱形为背景，点N在对角线上运动产生了两个新的变量，即折线段之和（$MN+AN$）与变量DN，把两个变量之间的对应关系用部分图象的形式给出，考查学生对函数最小值的意义的理解，渗透了几何直观、推理能力和运算能力．例4则创设了边长分别为1和2的两个正方形，以小正方形自左到右穿过大正方形的过程为背景，要求抽象刻画出两个正方形重叠过程中所求面积与时间这两个变量之间的对应关系．设置成选择题降低了对学生抽象能力的要求，学生只需要结合图象理解抽象的过程即可，符合现阶段对学生抽象能力的要求.

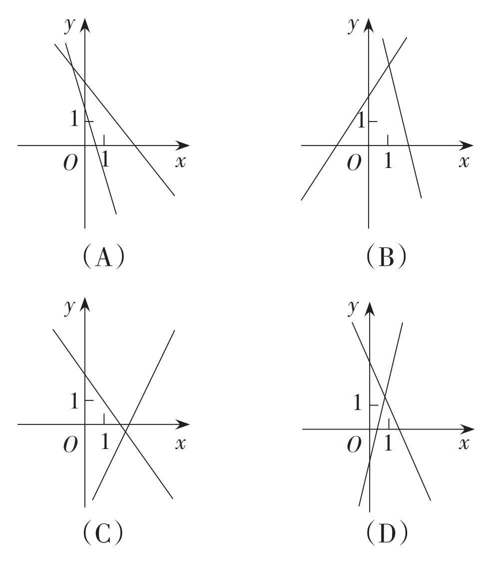
命题评价：从例3和例4可以看出，设置图形的运动情境，能够考查学生从实际问题情境中抽象函数与图象的能力，有效考查了学生对函数的概念和图象的理解，有利于发展学生的几何直观素养．此类试题常以较难的选择题或中档解答题的形式进行考查．在图形的运动中酝酿与构建函数关系或图象的还有：江苏南通卷第9题；黑龙江佳木斯卷第28题第(3)小题借助平面直角坐标系中的平行四边形及动点，探究三角形的面积与动点的运动时间之间的一次函数关系；四川绵阳卷第25题第(2)小题借助三角形面积探究相关函数关系式的构建与应用（最值）.

（2）挖掘函数的图象与性质，考查函数的本质，落实几何直观的考查.

函数的图象和性质是函数的主体内容．对函数的图象和性质的研究过程要求从数量和图形及数形相互转化的角度展开，充分显示了函数的本质特征是联系和变化，函数图象可以形象、直观地展示函数关系.

《标准（2011年版）》明确指出，几何直观主要是指运用图形描述和分析问题的意识与习惯．根据语言描述画出相应的图形，建立形与数的联系，构建数学问题的直观模型；几何直观有助于把握问题的本质，明晰思维的路径．因此，多数函数试题会把函数表达式中字母系数对函数图象的影响、表达式与图象性质之间的关系及函数性质的应用作为切入点进行考查.

例5　（安徽卷）在同一平面直角坐标系中，一次函数$y=ax+a^2$与$y=a^2x+a$的图象可能是（　　）.



答案：D.

例6　（江西卷）跳台滑雪运动可分为助滑、起跳、飞行和落地四个阶段，运动员起跳后飞行的路线是抛物线的一部分（如图6中实线部分所示），落地点在着陆坡（如图6中虚线部分所示）上，着陆坡上的基准点K为飞行距离计分的参照点，落地点超过点K

越远，飞行距离分越高．2022年北京冬奥会跳台滑雪标准台的起跳台的高度OA为66 m，基准点K到起跳台的水平距离为75 m，高度为h m（h为定值）．设运动员从起跳点A起跳后的高度y（m）与水平距离x（m）之间的函数关系为$y = ax^2 + bx + c$（$a \neq 0$）．

（1）c的值为________．

（2）① 若运动员落地点恰好到达点K，且此时$a = -\frac{1}{50}$，$b = \frac{9}{10}$，求基准点K的高度h；

② 若$a = -\frac{1}{50}$时，运动员落地点要超过点K，则b的取值范围为________．

（3）若运动员飞行的水平距离为25 m时，恰好达到最大高度76 m，试判断他的落地点能否超过点K，并说明理由．

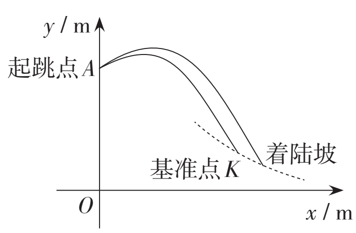


图6

答案：（1）66.（2）① 21 m；② $b > \frac{9}{10}$.（3）他的落地点能超过点K，理由略．

考查目标：考查字母系数与函数图象的对应关系．

命题意图：例5是纯数学情境，在平面直角坐标系中观察、分析一次函数字母系数对函数图象的影响（直线倾斜方向和与坐标轴交点的位置特征等）．由于两个一次函数的一次项系数与常数项互换，需要观察给定选项中的图象再结合a^2的非负性即可得到答案，难度中等偏上．例6以北京冬奥会跳台滑雪运动为背景，以运动员从起跳台起跳后的运行轨迹为研究对象，让学生经历从实际问题情境中抽象并建立二次函数模型的过程，把实际问题“运动员落地点是否超过基准点”转化为数学问题，即判断落地点与图象的关系，第(2)小题在a不变的前提下，根据两条抛物线之间的关系确定b的取值范围（可以有多种方法）；解决第(3)小题需根据给定的条件求出抛物线的表达式中a的值，再结合运算、推理进行判断来解决问题．例6本质上还是考查二次函数字母系数与函数图象的关系，在求解过程中借助几何直观可以优化求解过程．例如，当a不变时，可知函数图象开口方向及大小不变，只需要考虑对称轴的位置即可，还可以考虑让横坐标相等比较纵坐标的大小或者纵坐标相等比较横坐标的大小等，考查了学生的抽象能力和几何直观等数学核心素养．

命题评价：结合真实情境考查函数的图象与性质，在教材中就有这样的习题，如北师大版《义务教育教科书·数学》九年级下册第二章“二次函数”习题2.6第3题中高尔夫球的运动轨迹等，引导教师重视对教材习题的教学，引导学生用数学的眼光观察现实世界，用数学的思维思考现实世界，对教学起到了很好的导向作用．2022年中考，考查函数的图象与性质的类似试题有很多：陕西A卷第8题通过二次函数图象上的三个点的坐标考查自变量与函数值之间的对应关系和函数的增减性；山东青岛卷第22题在平面直角坐标系中直接考查一次函数与反比例函数的图象与性质；天津卷第8题在反比例函数图象上已知三个点的纵坐标，判断相应的横坐标的大小，考查反比例函数的增减性；天津卷第23题创设了现实生活情境“学生往返于位于同一条直线上的学生公寓、阅览室、超市”中产生的函数关系，考查一次函数的图象与性质，以及学生对函数的意义的理解．

（3）创设真实的问题情境，突出函数的应用，落实模型观念和应用意识的考查．

函数可以解决很多实际问题，在初中阶段，加强数学建模可以增强学生的应用意识和实践能力．在前面的表1中，可以看出2022年中考试卷中考查函数的应用的试题中大多数是考查用一次函数解决实际应用问题，二次函数次之，反比例函数最少，这与初中阶段学生现有的运算能力和推理能力还比较薄弱有关．

例7　（山东·青岛卷）李大爷每天到批发市场购进某种水果进行销售，这种水果每箱10千克，批发商规定：整箱购买，一箱起售，每人一天购买不超过10箱；当购买1箱时，批发价为8.2元 / 千克，每多购买1箱，批发价每千克降低0.2元．根据李大爷的销售经验，这种水果售价为12元 / 千克时，每天可销售1箱；售价每千克降低0.5元，每天可多销售1箱．

（1）试求出这种水果批发价y（元 / 千克）与购进数量x（箱）之间的函数关系式；

（2）若每天购进的这种水果需当天全部售完，试计算，李大爷每天应购进这种水果多少箱，才能使每天所获利润最大？最大利润是多少？

答案：（1）$y=-0.2x+8.4$（$1\leqslant x\leqslant 10$，且x为整数）；

（2）李大爷每天应购进这种水果7箱，获得的利润最大，最大利润是140元．

例8 （陕西A卷）现要修建一条隧道，其截面为抛物线型，如图7所示，线段OE表示水平的路面，以O为坐标原点，以OE所在直线为x轴，以过点O垂直于x轴的直线为y轴，建立平面直角坐标系．根据设计要求：$OE=10\ \text{m}$，该抛物线的顶点P到OE的距离为$9\ \text{m}$．

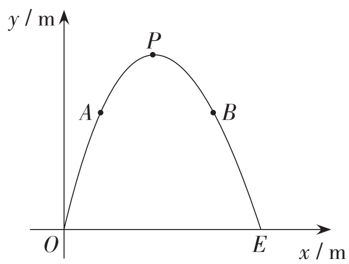


图7

（1）求满足设计要求的抛物线的函数表达式；

（2）现需在这一隧道内壁上安装照明灯，如图7所示，即在该抛物线上的点A，B处分别安装照明灯．已知点A，B到OE的距离均为$6\ \text{m}$，求点A，B的坐标．

答案：（1）$y=-\dfrac{9}{25}(x-5)^2+9$；

（2）$A\left(5-\dfrac{5\sqrt{3}}{3},\ 6\right)$，$B\left(5+\dfrac{5\sqrt{3}}{3},\ 6\right)$．

考查目标：考查函数与实际问题，确定二次函数的解析式．

命题意图：例7以生活中常见的销售问题为情境，考查了销售价格与销售数量之间的一次函数关系，以及利润与销售数量之间的二次函数关系，考查学生在情境中挖掘等量关系、构建函数模型的能力．例8创设抛物线型隧道截面情境，设计在隧道内安装照明灯的问题，考查用待定系数法求解二次函数解析式及二次函数的图象与性质，运用性质解决实际问题．虽然两道试题的考查方式和呈现形式有所不同，但是在立意上是一致的，即要求学生通过分析实际问题的情境确定函数的表达式，体会函数的意义，在此基础上考查学生运用函数模型分析和解决实际问题的能力，较好地渗透了抽象能力、模型观念、运算能力、几何直观、推理能力和应用意识等素养．

命题评价：该类试题以创设丰富的生活情境来呈现，再根据情境设计适切的问题，均较好地体现了素养立意．教师在日常教学中要引导学生经历数学建模的完整过程（实际背景—数据收集—模型确定—模型求解—解释与应用），培养学生的模型观念及应用意识，逐步养成用数学的眼光观察和用数学的思维思考的习惯．类似的试题还有：北京卷第25题结合滑雪运动员从起跳到着陆的过程中的竖直高度与水平距离中的两组训练数据，抽象出二次函数的关系式；河南卷第21题以喷出的水柱为素材，考查二次函数建模及其应用；江苏南通卷第15题结合小球的飞行高度与飞行时间，构建二次函数探寻最值问题；江苏扬州卷第26题以抛物线型的铁皮余料为素材，考查二次函数的建模与应用（内割最大的正方形面积、矩形周长和圆）；安徽卷第23题借助隧道截面抽象出二次函数图象，并通过修建不同型号的栅栏及几何图形（栅栏）的线段长度在方案设计中渗透考查学生的几何直观和推理能力，并在栅栏总长度计算及面积的表示中再次抽象出二次函数的数学模型，进一步用相应的二次函数性质求解方案设计中的最大栅栏长度和最大矩形面积问题．

（4）注重函数与其他知识的横向联系，突出试题的探究性和综合性．

平面直角坐标系是沟通代数与几何的桥梁，建立平面直角坐标系是实现用代数方法研究几何问题的有效途径．2022年全国各地中考试卷中函数与几何图形相结合的综合性试题高频出现，将方程（不等式）、函数和图形融为一体，求解、探究和证明相互交织，突出考查学生综合运用所学知识解决问题的能力．这类试题由不同的函数与不同的图形进行不同的组合，呈现形式多样，考查内容丰富，通常作为解答题的中档题或压轴题进行考查．

例9 （江西卷）如图8，点$A(m,\ 4)$在反比例函数$y=\dfrac{k}{x}\ (x>0)$的图象上，点B在y轴上，$OB=2$，将线段AB向右下方平移，得到线段CD，此时点C落在反比例函数的图象上，点D落在x轴正半轴上，且$OD=1$．

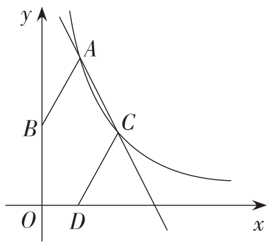


图8

（1）点B的坐标为______，点D的坐标为_______，点C的坐标为_______（用含m的式子表示）；

（2）求k的值和直线AC的表达式.

答案：（1）$B(0，2)$，$D(1，0)$，$C(m+1，2)$；

（2）k的值为4，直线AC的表达式为$y=-2x+6$.

例10 （上海卷）在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$经过点$A(-2，-1)$，$B(0，-3)$.

（1）求这条抛物线的表达式.

（2）将这条抛物线平移，得到一条顶点为$P(m，n)$ $(m>0)$的新抛物线.

① 当$S_{\triangle OPB}=3$时，如果这两条抛物线在直线$x=k$的右侧部分是上升的，求k的取值范围；

② 点P在原抛物线上，新抛物线交y轴于点Q，如果$\angle BPQ=120°$，求点P的坐标.

答案：（1）$y=\frac{1}{2}x^2-3$；

（2）① $k\geqslant 2$；② $P\left(2\sqrt{3}，3\right)$.

考查目标：考查点的坐标的几何意义，综合考查函数与几何图形或图形变换的融合.

命题意图：例9以平面直角坐标系中反比例函数的图象为背景，通过线段AB的平移得到新的线段CD，综合考查点的坐标、平移的性质、反比例函数的性质及用待定系数法求一次函数解析式，考查了几何直观和运算能力等核心素养，以及数形结合的思想方法.例10以平面直角坐标系中抛物线的图象为背景，通过抛物线的平移得到$\triangle OPB$及新的抛物线，设定三角形的面积为定值时探究两个函数的增减性，运用二次函数的性质解决问题，综合考查了勾股定理、锐角三角函数和分类讨论思想.

命题评价：一般情况下，函数与几何图形或图形变换的综合考查往往会设置成中档题或较难题，二次函数综合还会设置成压轴题或次压轴题.但是2022年多数地区中考试卷中的函数综合题在整个试卷中的位置前移，综合程度及难度均有所降低，更关注对函数的本质的考查，较好地渗透了几何直观、运算能力、抽象能力和模型观念等数学核心素养.类似的试题还有：安徽卷第13题是反比例函数与平行四边形的综合性问题，综合考查了等腰三角形、平行四边形的性质及反比例函数中k的几何意义等；广西贵港卷第25题以抛物线为背景考查了待定系数法和函数最值，通过探究两个三角形相似考查分类讨论思想及相似三角形的判定与性质等；江苏连云港卷第26题借助含有变量的字母系数二次函数，结合抛物线经过的特殊点（原点）或位置关系（顶点在第一象限），考查相应的顶点坐标及三角形面积的最大值问题；重庆A卷第24题借助抛物线上相关点的坐标考查待定系数法，结合相关线段的长度之和转化为二次函数的最值问题，分类探究平移后抛物线上相关交点构建平行四边形的情形.

2. 关注课程标准的变化，适度创新

《标准（2022年版）》在函数部分新增的内容主要是：理解函数值的意义；知道二次函数和一元二次方程之间的关系.在“数与代数”领域更加注重发展学生的代数推理能力，培养学生的模型观念，加强方程、不等式和函数等建模过程的结构化整合，更加注重培养学生的应用意识，积极探索跨学科综合等.基于以上这些变化，各地命题者在函数试题的命制上已经开始进行谨慎探索，尝试创新.在2022年全国各地的中考函数试题中，主要体现在以下几个方面.

（1）关注对函数及其性质和意义的理解，尝试跨学科综合.

《标准（2022年版）》对函数模块的内容要求中指出：探索简单实例中的数量关系和变化规律；能根据函数图象分析出实际问题中变量的信息，发现变量间的变化规律；能结合函数图象对简单实际问题中的函数关系进行分析，结合对函数关系的分析，能对变量的变化趋势进行初步推测.在函数模块教学提示中明确指出：会用函数表达现实世界事物的简单规律，经历用数学的语言表达现实世界的过程，提升学习数学的兴趣，进一步发展应用意识.因此，这类创新试题，在情境创设上尝试跨学科，在问题设计上突出考查学生对函数值意义的理解.

例11 （江西卷）甲、乙两种物质的溶解度y（g）

与温度 t（℃)之间的对应关系如图9所示，则下列说法中，错误的是（　　).

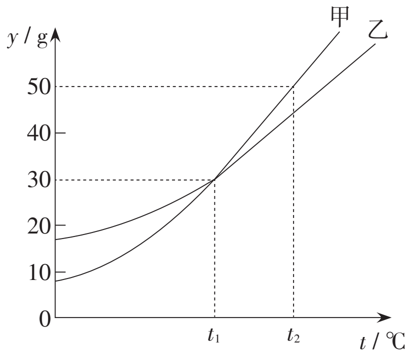


图9

（A）甲、乙两种物质的溶解度均随着温度的升高而增大

（B）当温度升高至 t_2 ℃时，甲的溶解度比乙的溶解度大

（C）当温度为0 ℃时，甲、乙的溶解度都小于20 g

（D）当温度为30 ℃时，甲、乙的溶解度相等

答案：D.

例12　（河南卷）呼气式酒精测试仪中装有酒精气体传感器，可用于检测驾驶员是否酒后驾车．酒精气体传感器是一种气敏电阻（图10中的 R_1），R_1 的阻值随呼气酒精浓度 K 的变化而变化（如图11)，血液酒精浓度 M 与呼气酒精浓度 K 的关系见图12. 下列说法不正确的是（　　).

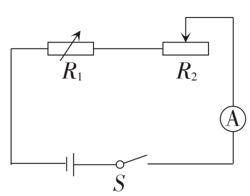


图10

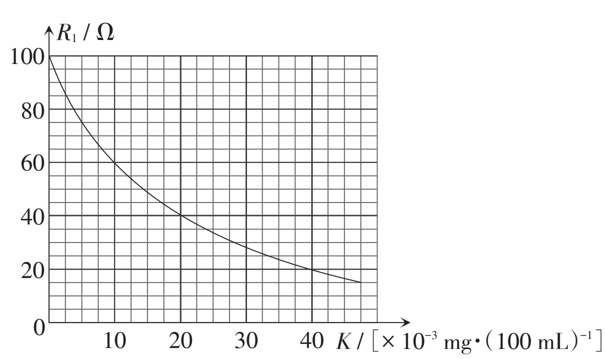


图11

信息窗

➢ $M = 2\,200 \times K \times 10^{-3}$ mg / 100 mL

（M 为血液酒精浓度，K 为呼气酒精浓度）

➢ 非酒驾（$M < 20$ mg / 100 mL）

酒驾（20 mg / 100 mL $\leqslant M \leqslant$ 80 mg / 100 mL）

醉驾（$M > 80$ mg / 100 mL）

图12

（A）呼气酒精浓度 K 越大，R_1 的阻值越小

（B）当 $K = 0$ 时，R_1 的阻值为100

（C）当 $K = 10$ 时，该驾驶员为非酒驾状态

（D）当 $R_1 = 20$ 时，该驾驶员为醉驾状态

答案：C.

考查目标：考查观察、理解函数图象中对应关系及函数值的意义．

命题意图：例11和例12均注重创设真实的问题情境，呈现变量之间的函数关系与变化规律，考查学生观察和理解函数图象中对应关系及函数值的意义．尤其是创设了跨学科情境，给变量赋予了化学和物理学科背景，令人耳目一新，充分体现了数学与其他学科的联系及应用价值．

命题评价：以上试题情境新颖，注重考查函数的本质，体现数学应用，有效地落实了《标准（2022年版)》的理念，对教学起到导向作用．类似的试题还有河北卷第12题以完成某项工作需要的人数与天数为背景，创设6组数对 $(m,\ n)$ 在坐标系中的对应关系．这样的问题设计有效考查了学生对反比例函数概念与函数图象中自变量和函数值意义的理解．

（2）关注函数与方程和不等式的联系，渗透函数思想及代数推理．

函数、方程和不等式三者之间联系密切、相互渗透，函数与方程、函数与不等式之间均可以相互转化．《标准（2022年版)》要求以运动变化的观点看待函数与方程、函数与不等式的转化关系，这部分内容蕴含了很多培养学生代数推理能力的素材，函数思想和方程思想也是中学数学的基本思想．这些都会给命题的创新带来新的启示．

例13　（山西卷）阅读与思考．

下面是小宇同学的数学小论文，仔细阅读并完成相应的任务．

用函数观点认识一元二次方程根的情况

我们知道，一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ 的根就是相应的二次函数 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 的图象（称为抛物线）与 x 轴交点的横坐标．抛物线与 x 轴的交点有三种情况：有两个交点、有一个交点、无交点．与此相对应，一元二次方程的根也有三种情况：有两个不相等的实数根、有两个相等的实数根、无实数根．因此可用抛物线与 x 轴的交点个数确定一元二次方程根的情况．

下面根据抛物线的顶点坐标 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ \dfrac{4ac-b^2}{4a}\right)$ 和一元二次方程根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$，分别从 $a>0$ 和 $a<0$ 两种情况进行分析：

（1） $a>0$ 时，抛物线开口向上．

① 当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时，有 $4ac-b^2<0$．因为 $a>0$，所以顶点纵坐标 $\dfrac{4ac-b^2}{4a}<0$．

所以顶点在 x 轴的下方，抛物线与 x 轴有两个交点（如图13）．

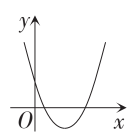


图13

所以一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ 有两个不相等的实数根．

② 当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时，有 $4ac-b^2=0$．因为 $a>0$，所以顶点纵坐标 $\dfrac{4ac-b^2}{4a}=0$．

所以顶点在 x 轴上，抛物线与 x 轴有一个交点（如图14）．

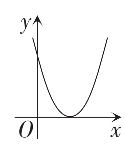


图14

所以一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ 有两个相等的实数根．

③当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时，

……

（2） $a<0$ 时，抛物线开口向下．

……

任务：（1）上面小论文中的分析过程，主要运用的数学思想是______（从下面选项中选出两个即可）；

（A）数形结合　　（B）统计思想

（C）分类讨论　　（D）转化思想

（2）试参照小论文中当 $a>0$ 时①②的分析过程，写出③中当 $a>0$，$\Delta<0$ 时，一元二次方程根的情况的分析过程，并画出相应的示意图；

（3）实际上，除一元二次方程外，初中数学还有一些知识也可以用函数观点来认识．例如，可用函数观点来认识一元一次方程的解．试再举出一例为__________．

答案：（1）AC（答案不唯一）；

（2）当 $a>0$ 时，抛物线开口向上．

当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时，有 $4ac-b^2>0$．

因为 $a>0$，所以顶点纵坐标 $\dfrac{4ac-b^2}{4a}>0$．

所以顶点在 x 轴的上方，抛物线与 x 轴无交点（图略）．

所以一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ 无实数根．

（3）可用函数观点认识二元一次方程组的解．（答案不唯一．）

例14 （重庆A卷）已知一次函数 $y=kx+b\ (k\neq0)$ 的图象与反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 的图象相交于点 $A(1,\ m)$，$B(n,\ -2)$．

（1）求一次函数的表达式，并在图中画出这个一次函数的图象；

（2）根据函数图象，直接写出不等式 $kx+b>\dfrac{4}{x}$ 的解集；

（3）若点 C 是点 B 关于 y 轴的对称点，连接 AC，BC，求 $\triangle ABC$ 的面积．

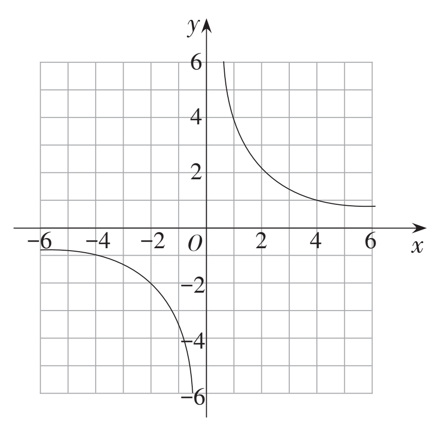


图15

答案：（1）$y=2x+2$，图略；（2）$-2<x<0$ 或 $x>1$；（3）12．

考查目标： 考查函数与方程、不等式之间的联系．

命题意图： 例13以学生数学小论文“用函数观点认识一元二次方程根的情况”为素材，设置成阅读与思考，模仿课堂教学的过程，在边阅读边思考的过程

中进行任务设计，考查二次函数图象与x轴的交点问题与一元二次方程根的问题之间的相互转化，引出分类讨论思想，最后类比考查一次函数与一元一次方程之间的关系转化，进行开放式问题设计，较好地渗透了分类讨论、数形结合和转化等数学思想．第(2)小题让学生参照写出“当$a>0$，$\Delta<0$时，一元二次方程根的情况的分析过程”，渗透了对代数推理能力的考查，考查角度及形式比较新颖．例14综合考查一次函数与反比例函数的图象与性质，在第(2)小题中要求根据函数图象直接写出不等式的解集，很好地考查了用函数的观点分析和理解题意，引导教学关注基础知识之间的内在联系．

命题评价：运用数形结合思想分析不等式的解集，能把不等式的解集逆向转化为满足一次函数图象在反比例函数图象上方的点的横坐标所在的范围，找到一次函数与反比例函数的交点坐标是解题的关键．类似的试题还有北京卷第26题，直接给出数学情境设置两个问题，第一个问题是通过解二元一次方程组求解，第二个问题通过已知不等关系及抛物线上点的纵坐标的特征，结合不等式性质的运算，推理出对称轴的范围，侧重从代数角度以代数推理为基础考查二次函数的性质，也是一种新的尝试．

（3）创设真实情境，设计有意义的问题，关注问题解决．

例15 （浙江・温州卷）根据如表4所示的素材，探索完成任务．

表4

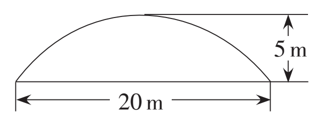
<table>
<tr><td colspan="3">如何设计拱桥景观灯的悬挂方案？</td></tr>
<tr><td>素材1</td><td>图16中有一座拱桥，图17是其抛物线形桥拱的示意图，某时测得水面宽20 m，拱顶离水面5 m．据调查，该河段水位在此基础上再涨1.8 m达到最高</td><td>
图16


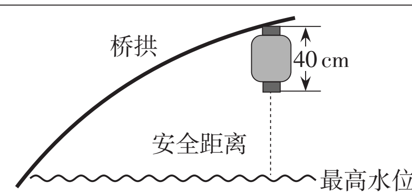
图17</td></tr>
<tr><td>素材2</td><td>为迎佳节，拟在图16桥洞前面的桥拱上悬挂40 cm长的灯笼，如图18所示．为了安全，灯笼底部距离水面不小于1 m；为了实效，相邻两盏灯笼悬挂点的水平间距均为1.6 m；为了美观，要求在符合条件处都挂上灯笼，且挂满后成轴对称分布</td><td>

图18</td></tr>
<tr><td colspan="3">问题解决</td></tr>
<tr><td>任务1</td><td>确定桥拱形状</td><td>在图17中建立合适的直角坐标系，求抛物线的函数表达式</td></tr>
<tr><td>任务2</td><td>探究悬挂范围</td><td>在你所建立的坐标系中，仅在安全的条件下，确定悬挂点的纵坐标的最小值和横坐标的取值范围</td></tr>
<tr><td>任务3</td><td>拟定设计方案</td><td>给出一种符合所有悬挂条件的灯笼数量，并根据你所建立的坐标系，求出最左边一盏灯笼悬挂点的横坐标</td></tr>
</table>

答案：以拱顶为原点建立平面直角坐标系，可得抛物线的函数表达式为$y=-\frac{1}{20}x^2$，完成任务1；任务2，悬挂点的纵坐标的最小值是-1.8，横坐标的取值范围为$-6\leqslant x\leqslant 6$；任务3，由抛物线的轴对称性，可以从顶点处开始悬挂灯笼，共挂7盏灯笼，最左边一盏灯笼悬挂点的横坐标是-4.8，也可以从对称轴两侧开始悬挂灯笼，共挂8盏灯笼，最左边一盏灯笼悬挂点的横坐标是-5.6.

考查目标：考查二次函数与实际问题．

命题意图：例15先提出需要解决的问题：如何设计拱桥景观灯的悬挂方案？以“素材”形式创设真实情境，以“任务”方式提出与情境适切的有实际意义的问题，引发学生思考和探究，让学生经历完整的问题解决的过程，即“确定桥拱形状—探索悬挂范围—设计悬挂方案”，在解决问题的过程中自然考查平面直角坐标系、二次函数、方程和不等式等知识，渗透了对抽象能力、运算能力、模型观念的考查，较好地体现了素养立意的命题导向．

命题评价：例15以“任务”的方式提出与情境适切的有实际意义的问题，让学生经历完整的项目解决过

程，对综合实践学习进行考查，实现从解题走向解决问题的转变，能够落实“三会”，培养数学核心素养，引导学生以更加积极的态度和更加灵活的策略应对现实世界.

三、复习教学建议

通过以上对函数试题命题特点的分析，可以看出：在以往常规考查的基础上，函数试题开始关注情境的丰富性和真实性，引导课堂教学多引导学生用数学的眼光观察现实世界；试题命制对创设真实问题及代数推理的关注，引导课堂教学多关注对学生思维能力和数式运算变形能力的培养；试题命制对函数意义、函数表达式及图象关系的关注，引导教学多培养学生对数学语言的理解与对问题的表达能力. 除此之外，仍然要注重在教学过程中落实“四基”“四能”. 为了在复习课教学中实现“减负增效”，有效落实中考命题的导向作用，提出以下几点建议.

1. 回归教材，夯实基础

课程标准是教材编写、教学及命题的依据. 在教学中，教师要认真研读课程标准，明确《标准（2022年版）》对函数的内容要求和学业要求，准确把握教学内容的深度与广度，不可超越《标准（2022年版）》给出的内容及要求. 教材是最主要的教学资源，也是命题的主要素材来源. 因此，教师在新授课时要把教材研究透，在复习时要把教材挖掘透，让教材发挥“范本”“母题”功能，创造性地使用教材.

2. 聚焦核心，注重本质

函数概念的形成是数学内部发展的需要，也是生产生活实际的需要. 在教学中，应秉承从函数的概念出发、以函数的图象与性质为核心和指向实际应用的思路，不断挖掘函数的本质. 在评价中，应坚持主干知识重点考查，坚持低起点、高落点，着力于对学生运算能力、推理能力等方面进行考查，促进学生理性思维的提升，促进学科核心素养的落实.

3. 创设情境，感悟思想

在进行函数教学时，要重视函数思想的渗透. 菲利克斯·克莱因（F.klein，1849—1925）曾明确提出，应将养成函数思想和空间观察能力作为数学教学的基础. 这就要求教师在教学中要创设真实情境，揭示函数与现实生活的密切联系，让学生体会函数在描述变化现象的基本规律时的作用，再结合函数的图象学习函数的性质，运用函数的概念和性质去分析问题、转化问题和解决问题，体会数形结合思想，循序渐进地渗透函数的概念，潜移默化地构建函数思想. 教材中有很多问题情境，教师在教学时要用好这些情境. 在备课时，要经常思考什么时候用，该怎么用；在课后反思时，思考用得是否恰当、合理，是否达到了预期效果. 除此之外，在教学中，还可以选取学生熟悉的生活情境和时政热点，让学生在自己熟悉的生活实例中体会用函数的眼光来观察时代的变迁，用函数的语言来描述时代的发展，展现函数在新时代的魅力.

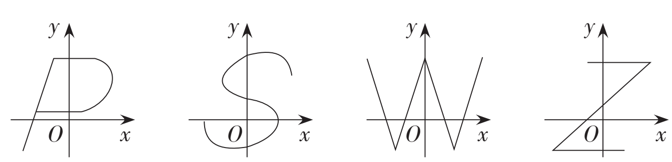
4. 经历过程，归纳方法

对于函数，我们一般从它的概念、表示方法、图象与性质及其应用几个方面进行研究. 因此，我们要运用类比的方法来学习每一类函数，完整经历抽象、画图、观察、讨论、归纳、分析、比较、应用等过程，深刻理解函数概念的形成过程和函数性质的生成归纳过程，总结基本的函数学习方法，感悟从函数的数量特征及图形的几何特征来刻画函数的性质是研究函数的基本方法.

四、典型模拟题

为了便于交流与学习，特为读者提供几道典型的函数模拟题.

1. 下面各图中反映了变量y是x的函数的是（　　）.



（A）　（B）　（C）　（D）

答案：C.

2. 已知$P(x_1,\ y_1)$，$Q(x_2,\ y_2)$两点均在二次函数$y=a(x-h)^2+k$的图象上，且$|x_1-h|>|x_2-h|$，则下列表达式正确的是（　　）.

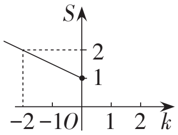
（A）$y_1+y_2>0$　　（B）$y_1-y_2>0$

（C）$a(y_1-y_2)>0$　　（D）$a(y_1+y_2)>0$

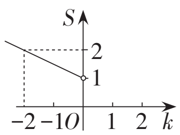
答案：C.

3. 反比例函数$y_1=\dfrac{k}{x}\ (k<0,\ x<0)$与$y_2=\dfrac{2}{x}\ (x>0)$

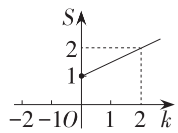
的图象如图19所示，过y_1上的任意一点A作x轴的平行线交y_2于点B，连接AO，BO，若点A的横坐标为a，$\triangle AOB$的面积为S，则S关于k的函数图象是（　　）.



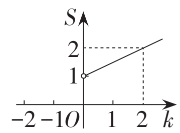
（A）



（B）



（C）



（D）

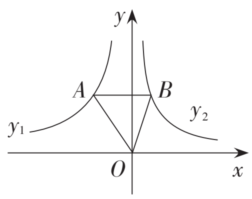


图19

答案：B.

4. 已知点$M(a,\ 2)$，$N(b,\ 3)$是直线$y=(k-2)x+k+3$上的两点，且$a<b$，则k的取值范围为______.

答案：$k>2$.

5. 函数y与自变量x的部分对应值如表5所示，则该函数的图象与直线$y=2$的交点坐标为_______.

表5

x	…	−1	0	1	2	3	4	…
y	…	10	5	2	1	2	5	…

答案：(1，2)和(3，2).

6. 如图20，在平面直角坐标系中，$\odot P$与x轴相切于点A，与y轴相交于B，C两点，若直线$y=2x+8$经过A，C两点.

（1）直接写出点A，C的坐标.

（2）求$\odot P$的半径.

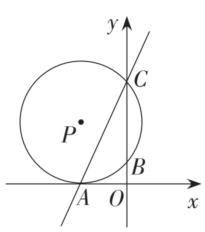


图20

答案：（1）$A(-4,\ 0)$，$C(0,\ 8)$；（2）5.

7. 某医院与某疫情暴发地相距200 km. 现安排甲、乙两车从该医院出发，满载防疫物资驰援该疫情暴发地. 已知甲车比乙车先出发两小时，且甲、乙两车与该医院的距离（单位：km）分别表示为y_1，y_2，y_1，y_2与甲车行驶时间x（h）的函数关系如图21所示，试结合函数图象解答以下问题.

（1）甲车的速度是_______；

（2）求y_2关于x的函数关系式；

（3）甲车行驶多长时间时，两车相距20 km？

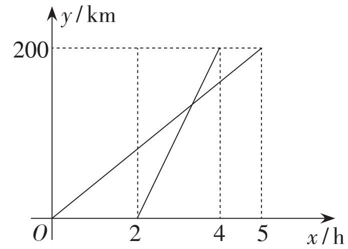


图21

答案：（1）40 km / h；

（2）$y=100x-200$（$2\leqslant x\leqslant 4$）；

（3）3 h或$\dfrac{11}{3}$ h.

8. 若函数$y_1=ax^2+bx$，$y_2=ax+b$ $(ab\neq 0)$，则我们称y_1与y_2为孪生函数.

（1）① 二次函数$y=2x^2+x$的孪生函数为______；

② 抛物线y_1过点$(-1,\ 0)$，直线y_2过点$(1,\ 2)$，且y_1与y_2为孪生函数，求抛物线y_1的解析式.

（2）若抛物线$y_1=ax^2+bx$与直线$y_2=ax+b$ $(ab\neq 0)$是孪生函数，且函数y_2的图象经过y_1的顶点.

① 求抛物线y_1的对称轴；

② 若当$-2<x<-1$时，抛物线y_1位于直线$y=-3x+3$的上方；当$2<x<3$时，抛物线y_1位于直线$y=3x-3$的下方，求直线y_2的解析式.

答案：（1）① $y=2x+1$；② $y_1=x^2+x$.

（2）① $x=1$；② $y_2=2x-4$.

参考文献：

［1］中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准（2022年版）[M]. 北京：北京师范大学出版社，2022.

［2］史宁中，曹一鸣. 义务教育数学课程标准（2022年版）解读[M]. 北京：北京师范大学出版社，2022.

［3］陈莉红，曹经富. 2021年中考“图形的性质”专题命题分析[J]. 中国数学教育（初中版），2022(1 / 2)：68-78，96.

［4］陈莉红. 2019年中考“数与式”专题命题分析[J]. 中国数学教育（初中版），2020(1 / 2)：25-33.